# Halmazok

- Alapfogalmak: halmaz, halmaz eleme
  Jelölés: $A$ , $a \in A$
- Üres halmaz: nincs egyetlen eleme sem. Jel.: $\emptyset$, $\{\ \}$,
- Egyenlő halmazok: $A = B$ , ha a két halmaznak az elemei ugyanazok.
- Részhalmaz: Az $A$ halmaz részhalmaza a $B$ halmaznak, ha $A$ minden eleme eleme $B$-nek is. Jel.: $A \subseteq B$
- Valódi részhalmaz: Az $A$ halmaz valódi részhalmaza a $B$ halmaznak, ha $A \subseteq B$ és $B$-nek van olyan eleme, amely nem eleme az $A$ halmaznak. Jel.: $A \subset B$
- Bármely $A$ halmaz esetén:

$$A \subseteq A$$

$$\emptyset \subseteq A$$

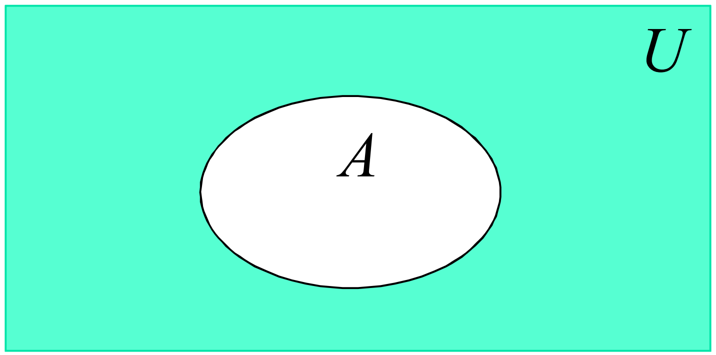
$$A \subseteq B \text{ és } B \subseteq A \quad \Leftrightarrow \quad A = B$$

# Halmazműveletek: komplementer

- Komplementer: Legyen $U$ az alaphalmaz, univerzum.

  Az $A$ halmaz $U$-ra vonatkozó komplementer halmaza az $U$ azon elemeit tartalmazza, amelyek nem elemei $A$-nak:

$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}.$$



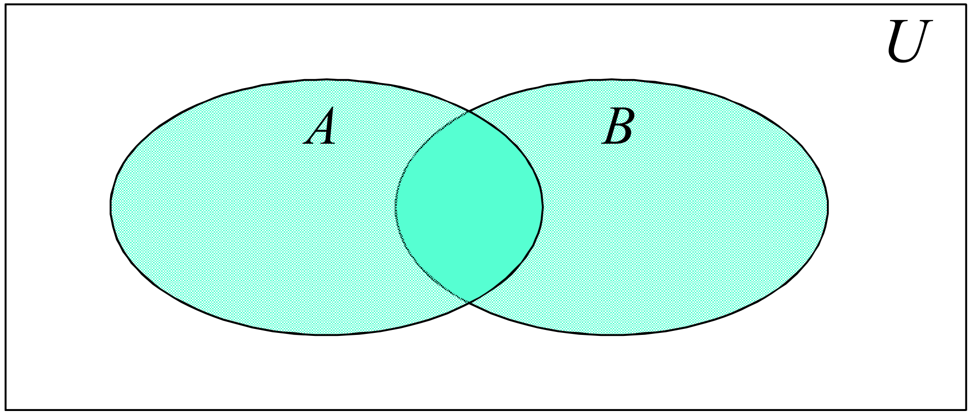

- Tulajdonságai:

$$\overline{\overline{A}} = A, \quad \overline{U} = \emptyset, \quad \overline{\emptyset} = U.$$

# Halmazműveletek: unió

- Unió (egyesítés):

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ vagy } x \in B \}$$




- Tulajdonságai:

$$A \cup B = B \cup A$$

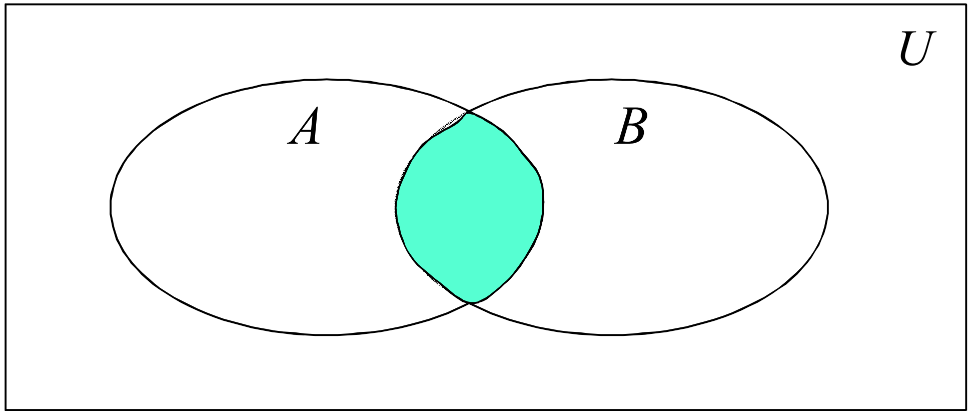
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cup A = A, \quad A \cup \emptyset = A, \quad A \cup U = U,$$

# Halmazműveletek: metszet

- Metszet (közös rész):

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ és } x \in B \}$$




- Tulajdonságai: $A \cap B = B \cap A$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$A \cap A = A, \quad A \cap \varnothing = \varnothing, \quad A \cap U = A.$$

- Diszjunkt halmazok: $A$ és $B$ diszjunkt, ha nincs közös elemük, azaz $A \cap B = \varnothing$.

# Halmazműveletek: további tulajdonságok

- Tulajdonságok:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B} \qquad \textit{De Morgan}$$

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B} \qquad \textit{De Morgan}$$

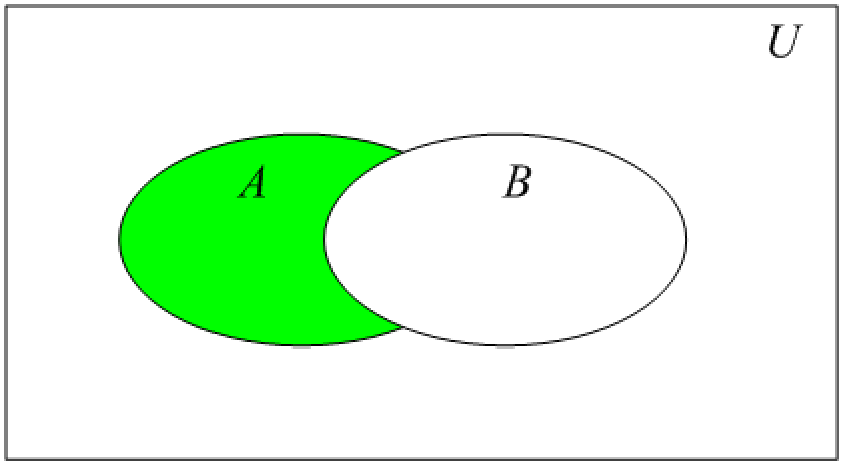
# Halmazműveletek: különbség

- Különbség: Az $A$ és $B$ halmaz különbsége olyan elemeket tartalmaz, amelyek elemei $A$-nak, de nem elemei $B$-nek:

$$A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ és } x \notin B \}$$

Azaz:

$$A \setminus B = A \cap \overline{B}$$



# Halmazok elemszáma

- Az $A$ halmaz elemszáma: jel.: $|A|$
- Halmazok:
  - véges halmazok: elemek száma véges
  - végtelen halmazok: elemek száma végtelen

- Logikai szita:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| +$$
$$+ |A \cap B \cap C|$$

$$\ldots$$

# Számhalmazok

- Természetes számok: $\mathbf{N} = \{ 0, 1, 2, \ldots \}$
- Egész számok: $\mathbf{Z} = \{ \ldots, -1, -2, 0, 1, 2, \ldots \}$
- Racionális számok: $\mathbf{Q}$: két egész szám hányadosaként felírható számok; tizedes tört alakjuk véges, vagy végtelen periodikus.
- Irracionális számok: $\mathbf{Q}^*$ : nem írhatóak fel két egész szám hányadosaként; tizedes tört alakjuk végtelen, nem periodikus. Például: $\pi, \sqrt{2}$
- Valós számok: $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{Q}^*$

  ábrázolásuk számegyenesen történhet
- Intervallumok: $[a,b]$ , $(a,b)$ , $[a,\infty)$ , $[a,b)$ , ...

# Logika elemei

- Kijelentések közti kapcsolatok:

  Implikáció: $A \Rightarrow B$

  Ekvivalencia: $A \Leftrightarrow B$

- Logikai kvantorok:

  Univerzális kvantor: „minden, bármely” Jel.: $\forall$

  Egzisztenciális kvantor: „létezik” Jel.: $\exists$